# Лабораторная работа №6

# ТЕМА: Статистическая обработка опытных данных

При обработке результатов экспериментов получаемые результаты не позволяют, как правило, построить аналитические зависимости, описывающие полученные значения. В этих случаях, если необходимо найти зависимость между переменными  (параметрами проведения эксперимента) и функцией  (результатами эксперимента) используется статистическая обработка. Для функции, заданной таблично (заданы  значений опытных данных, полученных в результате какого-либо опыта), решается задача о нахождении функции, в некотором смысле наилучшим образом описывающую взаимосвязь между полученными данными. Одним из способов подбора такой (приближающей) функции является метод наименьших квадратов. Метод состоит в том, чтобы сумма квадратов отклонений значений искомой функции  и заданных таблично значений была наименьшей:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (6.1) |

где  − -мерный вектор параметров искомой функции , элементами которого являются значения .

Следует подчеркнуть отличие рассматриваемой задачи от задачи интерполяции, рассмотренной в лабораторной работе № 3. При решении задачи интерполяции функция проходит через заданные точки внутри интервала. В рассматриваемой задаче функция может не проходить через точки, в которых заданы ее значения.

**Задание 1**

Построить методом наименьших квадратов две эмпирические зависимости: линейную и квадратичную.

В случае линейной функции эмпирическая зависимость имеет вид . В этом случае задача сводится к нахождению параметров  и  из системы линейных уравнений:

|  |  |
| --- | --- |
| , | (6.2) |

где

|  |  |
| --- | --- |
| , , , . | (6.3) |

В случае использования квадратичной зависимости  для статистической обработки результатов опыта задача сводится к нахождению параметров ,  и  из системы уравнений:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6.4) |

где , , , , , , .

По результатам найденных эмпирических зависимостей выбрать из двух функций наиболее подходящую. Для этого составить таблицу для подсчета суммы квадратов уклонений по формуле (6.1). Исходные данные взять из таблицы 6.

**Задание 2**

Составить программу для нахождения приближающих функций заданного типа с выводом значений их параметров и соответствующих им сумм квадратов уклонений. Выбрать в качестве приближающих функций следующие: , , . Провести линеаризацию. Определить для какого вида функции сумма квадратов уклонений является наименьшей.

Исходные данные помещены в таблице 6.

Примерный фрагмент выполнения задания 1 лабораторной работы

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | *x* | *y* |
|  | 0,1 | 1,1 |
|  | 0,4 | 1,8 |
|  | 0,2 | 1,4 |
|  | 0,6 | 2,1 |
|  | 0,3 | 1,8 |
|  | 0,5 | 1,6 |
|  | 0,7 | 2,2 |
|  | 0,8 | 1,5 |
|  | 0,9 | 2,3 |
|  | 1,0 | 2,2 |

При использовании линейной эмпирической зависимости воспользуемся формулами (6.2). В соответствии с исходными данными получаем

, , , .

На основе исходных данных получены значения , , ,  и сформирована система уравнений

.

Решение системы уравнений проводится одним из методов, изложенных в лабораторной работе №2.







Значение  равно 0,864

При использовании квадратичной аппроксимации получается система трех уравнений с тремя неизвестными вида (6.4). Коэффициенты при неизвестных и свободные члены определяются выражениями

, , , , , , .

На основе исходных данных получены значения , , , , , ,  и сформирована система уравнений

.

Решение системы уравнений, как и выше, проводится одним из методов, изложенных в лабораторной работе №2.







Значение  равно 0,866.

Таблица 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № |  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 |  | 0.5 | 0.1 | 0.4 | 0.2 | 0.6 | 0.3 | 0.4 | 0.7 | 0.3 | 0.8 |
|  |  | 1.8 | 1.1 | 1.8 | 1.4 | 2.1 | 1.8 | 1.6 | 2.2 | 1.5 | 2.3 |
| 2 |  | 1.7 | 1.5 | 3.7 | 1.1 | 6.2 | 0.3 | 6.5 | 3.6 | 3.8 | 5.9 |
|  |  | 1.5 | 1.4 | 1.6 | 1.3 | 2.1 | 1.1 | 2.2 | 1.8 | 1.7 | 2.3 |
| 3 |  | 1.7 | 1.1 | 1.6 | 1.2 | 1.9 | 1.5 | 1.8 | 1.4 | 1.3 | 1.0 |
|  |  | 6.7 | 5.6 | 6.7 | 6.1 | 7.4 | 6.9 | 7.9 | 5.9 | 5.6 | 5.3 |
| 4 |  | 1.3 | 1.2 | 1.5 | 1.4 | 1.9 | 1.1 | 2.0 | 1.6 | 1.7 | 1.8 |
|  |  | 5.5 | 5.9 | 6.3 | 5.8 | 7.4 | 5.4 | 7.6 | 6.9 | 6.6 | 7.5 |
| 5 |  | 2.3 | 1.4 | 1.0 | 1.9 | 1.5 | 1.8 | 2.1 | 1.6 | 1.7 | 1.3 |
|  | 5.3 | 3.9 | 2.9 | 5.0 | 4.0 | 4.9 | 5.1 | 4.5 | 4.1 | 3.7 |
| 6 |  | 1.8 | 2.6 | 2.3 | 1.3 | 2.0 | 2.1 | 1.1 | 1.9 | 1.6 | 1.5 |
|  |  | 4.4 | 6.4 | 5.3 | 3.7 | 4.9 | 5.6 | 3.0 | 5.0 | 4.3 | 3.7 |
| 7 |  | 1.9 | 2.1 | 2.0 | 2.9 | 3.0 | 2.6 | 2.5 | 2.7 | 2.2 | 2.8 |
|  |  | 6.6 | 7.6 | 6.7 | 9.2 | 9.4 | 7.8 | 8.4 | 8.0 | 7.9 | 8.7 |
| 8 |  | 2.0 | 1.4 | 1.0 | 1.7 | 1.3 | 1.6 | 1.9 | 1.5 | 1.2 | 2.1 |
|  |  | 7.5 | 6.1 | 4.8 | 7.4 | 5.7 | 7.0 | 7.1 | 6.8 | 6.0 | 8.9 |
| 9 |  | 2.0 | 1.2 | 1.8 | 1.9 | 1.1 | 1.7 | 1.6 | 1.4 | 1.5 | 1.3 |
|  |  | 7.5 | 5.9 | 7.0 | 8.0 | 5.0 | 7.4 | 6.4 | 6.6 | 6.3 | 5.7 |
| 10 |  | 1.9 | 1.1 | 1.4 | 2.3 | 1.7 | 2.1 | 1.6 | 1.5 | 1.0 | 1.2 |
|  |  | 4.7 | 3.4 | 3.8 | 5.2 | 4.6 | 5.5 | 3.9 | 3.9 | 3.2 | 3.5 |

На рисунке 6.1 приведены линейная и квадратичная аппроксимации для представленного набора данных.

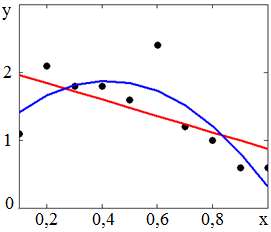


Рисунок 6.1 Аппроксимация с использованием линейной (красная) и квадратичной (синяя) функции

**Контрольные вопросы**

1. В чем суть приближения таблично заданной функции по методу наименьших квадратов?

2. Чем отличается этот метод от метода интерполяции?

3. Каким образом сводится задача построения приближающих функций в виде различных элементарных функций к случаю линейной функции?

4. Может ли сумма квадратов уклонений для каких-либо приближающих функций быть равной нулю?

5. Какие элементарные функции используются в качестве приближающих функций?

6. Как найти параметры для линейной и квадратичной зависимости, используя метод наименьших квадратов?